中学数学公式一覧

Ver.1.12　(2021 年 5 月 6 日作成)

1　計算の公式

1.1　交換法則・結合法則・分配法則

加法の交換法則	$a+b=b+a$
加法の結合法則	$a+b+c=(a+b)+c=a+(b+c)$
乗法の交換法則	$ab=ba$
乗法の結合法則	$abc=(ab)c=a(bc)$
分配法則	$(a+b)\times c=c\times(a+b)=ac+bc$

1.2　等式の性質

$A=B$ が成り立つとき、

和　$A+C=B+C$

差　$A-C=B-C$

積　$AC=BC$

商　$\dfrac{A}{C}=\dfrac{B}{C}$　　$(C\neq 0)$

1.3　指数法則

$a^m\times a^n=a^{m+n}$

$(a^m)^n=a^{mn}$

$(ab)^m=a^m b^m$

1.4　展開・因数分解

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

1.5　平方根

$(\sqrt{a})^2=a$

$\sqrt{a^2}=|a|$　　($|a|$ は a の絶対値)

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

$\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

1.6　２次方程式の解の公式

$ax^2+bx+c=0$ の解　　$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$ax^2+2b'x+c=0$ の解　　$x=\dfrac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$

2　関数の公式

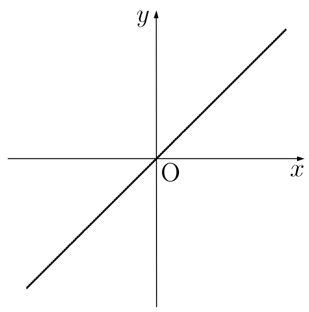
2.1　比例

$y=ax$　　(a: 比例定数)

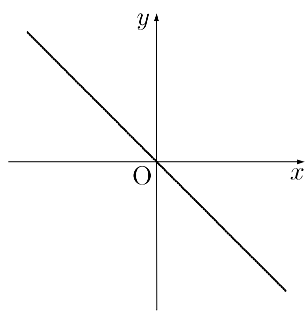
2.2　比例のグラフ

$y=ax$ のグラフは、原点を通る直線

(1) $a>0$ のとき



(2) $a<0$ のとき



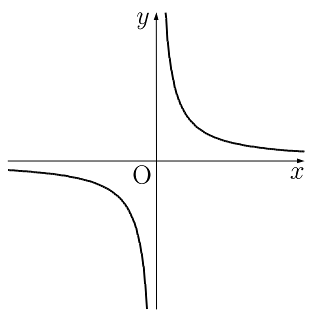
2.3　反比例

$y=\dfrac{a}{x}$　　(a: 比例定数)

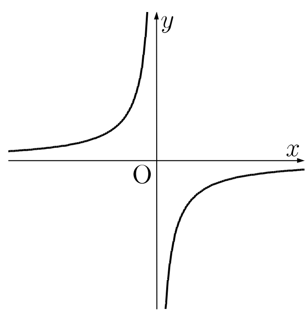
2.4　反比例のグラフ

$y=\dfrac{a}{x}$ のグラフは、双曲線と呼ばれる曲線

(1) $a>0$ のとき



(2) $a<0$ のとき



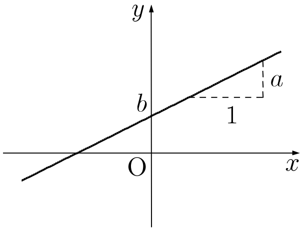
2.5　1 次関数 $y = ax + b$ のグラフ

$y = ax + b$　　(a: 傾き　b: y 切片)

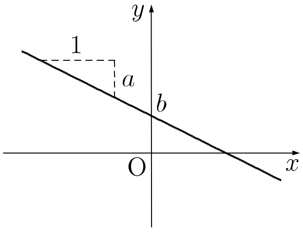
2 直線が平行 $\Rightarrow$ 2 直線の傾きが等しい

2 直線が垂直 $\Rightarrow$ 2 直線の傾きをかけると -1

(1) $a > 0$ のとき



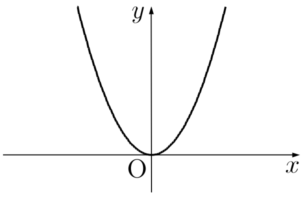
(2) $a < 0$ のとき



2.6　2 次関数 $y = ax^2$ のグラフ

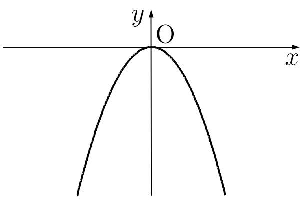
$y = ax^2$ のグラフは、原点を通る放物線で、y 軸について対称

(1) $a > 0$ のとき



下に凸

(2) $a < 0$ のとき



上に凸

2.7　変化の割合

$$\text{変化の割合} = \frac{y\text{ の増加量}}{x\text{ の増加量}}$$

$y = ax + b$ の変化の割合　(x が p から q まで変化するとき)

$$\frac{(aq+b)-(ap+b)}{q-p}$$
$$= \frac{a(q-p)+(b-b)}{q-p}$$
$$= a$$

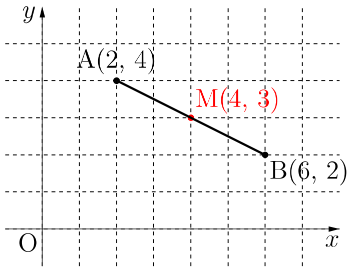
$y = ax^2$ の変化の割合　(x が p から q まで変化するとき)

$$\frac{aq^2 - ap^2}{q-p}$$
$$= \frac{a(q^2-p^2)}{q-p}$$
$$= \frac{a(q+p)(q-p)}{q-p}$$
$$= a(p+q)$$

$y = \frac{a}{x}$ の変化の割合　(x が p から q まで変化するとき)

$$\frac{\frac{a}{q} - \frac{a}{p}}{q-p}$$
$$= \frac{ap - aq}{pq(q-p)}$$
$$= \frac{a(p-q)}{pq(q-p)}$$
$$= -\frac{a}{pq}$$

2.8　中点の座標



2 点 $A(x_a, y_a), B(x_b, y_b)$ の中点の座標は、

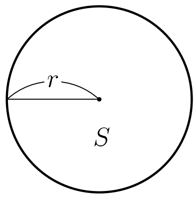
$$\left(\frac{x_a + x_b}{2}, \frac{y_a + y_b}{2}\right)$$

3　図形の公式

3.1　円

円周　$l = 2\pi r$

面積　$S = \pi r^2$

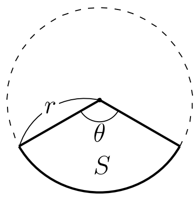


3.2　おうぎ形

弧の長さ　$l = 2\pi r \times \frac{\theta}{360}$

面積　$S = \pi r^2 \times \frac{\theta}{360}$

$= \frac{1}{2} lr$

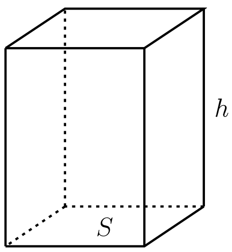


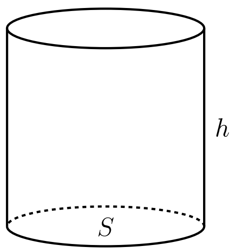
3.3　角柱・円柱

表面積 $=$ 側面積 $+$ 底面積 $\times 2$

側面積 $=$ 底面の周 $\times$ 高さ

体積　$V = Sh$　(S: 底面積　h: 高さ)

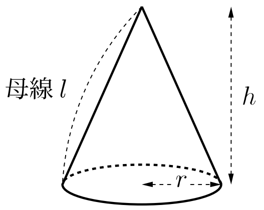


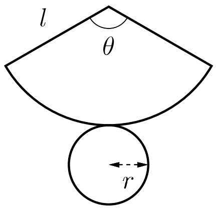


3.4 角錐・円錐

表面積 ＝ 側面積 ＋ 底面積

体積 $V = \frac{1}{3}Sh$ (S: 底面積 h: 高さ)





中心角 θ $360^{\circ} \times \frac{2\pi r}{2\pi l} = 360^{\circ} \times \frac{r}{l}$

側面積 $\pi l^2 \times \frac{2\pi r}{2\pi l} = \pi l r$

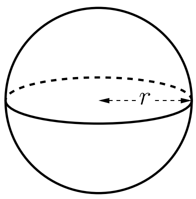
表面積 底面積 + 側面積 $= \pi r^2 + \pi l r = \pi r(r+l)$

体積 $\frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

3.5 球

表面積 $S = 4\pi r^2$

体積 $V = \frac{4\pi r^3}{3}$



3.6 平行線と角

対頂角は等しい

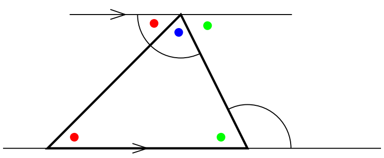
2 直線が平行 ⇔ 同位角が等しい

2 直線が平行 ⇔ 錯角が等しい

3.7 三角形の内角の和・外角

三角形の内角の和は 180°

三角形の 1 つの外角は、それと隣り合わない 2 つの内角の和に等しい



3.8 多角形

n 角形の内角の和 $180^{\circ} \times (n-2)$

n 角形の外角の和 360°

3.9 三角形の合同条件

3 組の辺がそれぞれ等しい

2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい

1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

3.10 直角三角形の合同条件

斜辺と一つの鋭角がそれぞれ等しい

斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しい

3.11 二等辺三角形

二等辺三角形の底角は等しい

二つの角が等しい三角形は二等辺三角形である

頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分する

3.12 平行四辺形の性質

2 組の対辺がそれぞれ等しい

2 組の対角がそれぞれ等しい

対角線がそれぞれの中点で交わる

3.13 平行四辺形になる条件

2 組の対辺がそれぞれ平行である

2 組の対辺がそれぞれ等しい

2 組の対角がそれぞれ等しい

対角線がそれぞれの中点で交わる

1 組の対辺が平行でその長さが等しい

3.14 三角形の相似条件

3 組の辺の比がすべて等しい

2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい

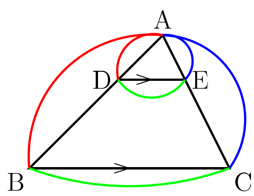
2 組の角がそれぞれ等しい

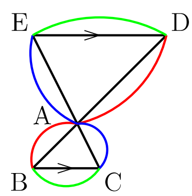
3.15 相似の基本

相似な三角形では、

対応する角がそれぞれ等しい

対応する辺の比がすべて等しい

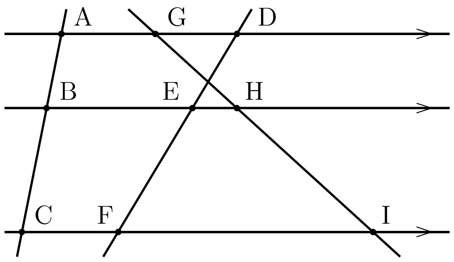




$AD : AB = AE : AC = DE : BC$

3.16 平行線と線分の比

平行線によって分けられる線分の比はどこも等しい



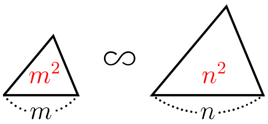
$$AB : BC = DE : EF = GH : HI$$

3.17 面積比・体積比

二つの図形の相似比が $m : n$ であるとき、

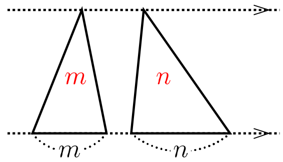
面積比　$m^2 : n^2$

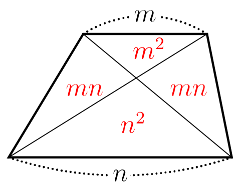
体積比　$m^3 : n^3$



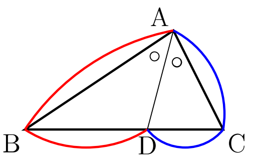
高さが同じ三角形では、

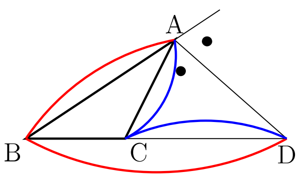
底辺の比 ＝ 面積比



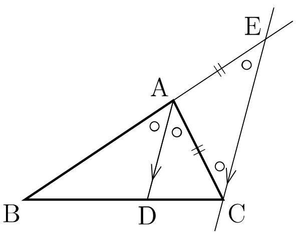


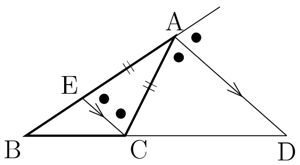
3.18 三角形の内角、外角の二等分線と線分の比





$$AB : AC = BD : DC$$

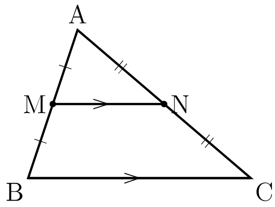




3.19 中点連結定理

$MN \mathbin{/\!/} BC$

$MN = \frac{1}{2}BC$



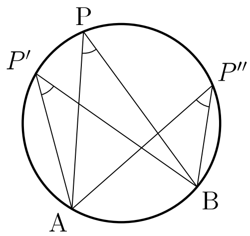
3.20 円周角の定理

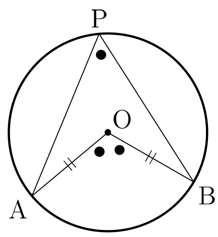
同じ弧に対する円周角は等しい

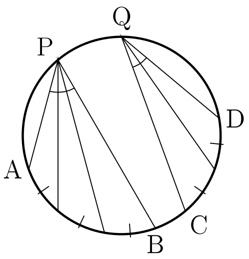
同じ弧に対する中心角は円周角の 2 倍

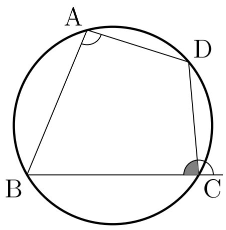
円周角・中心角の大きさは弧の長さに比例

円に内接する四角形の対角の和は 180°









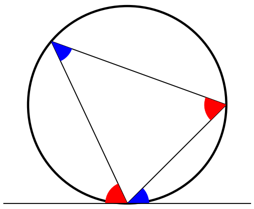
3.21 円の接線・弦

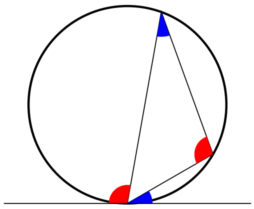
円の接線は接点を通る半径に垂直

円の弦の垂直二等分線は円の中心を通る

円外の点から円に引いた接線の長さは等しい

3.22 接弦定理

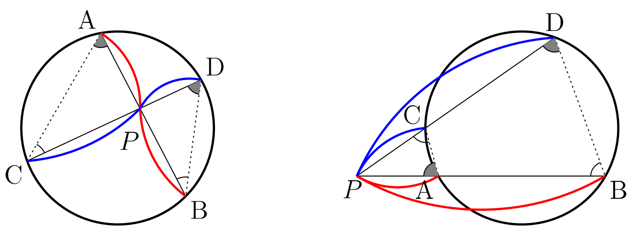




接線と弦の作る角 ＝ 円周角

3.23　方べきの定理

平行でない 2 直線が円とそれぞれ 2 点で交わるとき



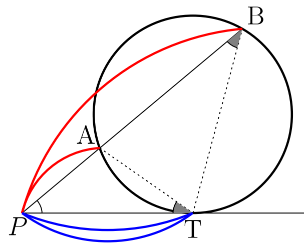
円周角の定理、および、対頂角が等しいことから

$\triangle$PAC $\backsim$ $\triangle$PDB なので

$PA : PD = PC : PB$

$$\therefore \quad PA \times PB = PC \times PD$$

平行でない 2 直線のうち、1 本が円と 2 点で交わり、もう 1 本が円と接するとき



接弦定理、および、$\angle$P は共通なので

$\triangle$PTA $\backsim$ $\triangle$PBT

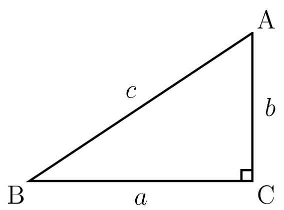
従って $PT : PB = PA : PT$

$$\therefore \quad PA \times PB = PT^2$$

3.24　三平方の定理

直角三角形の斜辺の 2 乗は、その他 2 辺の 2 乗の和になる

$a^2 + b^2 = c^2$



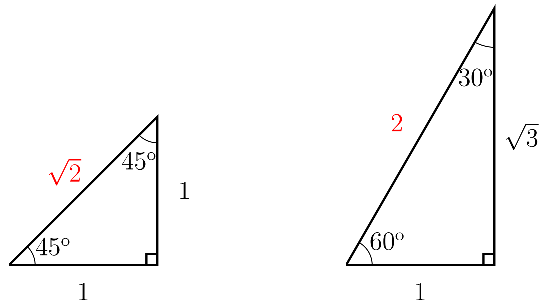
3.25　ピタゴラス数

$a^2 + b^2 = c^2$ を満たす正の整数の組 (a, b, c) のことを、ピタゴラス数と呼ぶ

ピタゴラス数は無限個存在する

$(a, b, c) = (3, 4, 5), (5, 12, 13), (7, 24, 25), (8, 15, 17), \cdots$

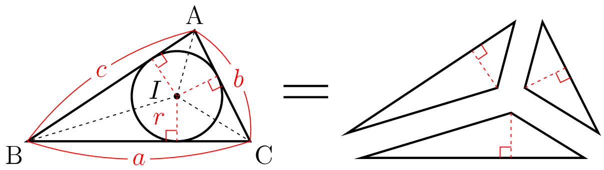
3.26　特別な直角三角形の辺の比



3.27　三角形に内接する円の半径

$\triangle$ABC の面積を S、$\triangle$ABC の内接円の半径を r とすると、

$$r = \frac{2S}{a+b+c}$$

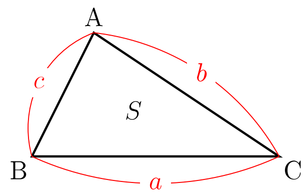


3.28　ヘロンの公式

3 辺の長さが a, b, c の三角形の面積 S は、

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

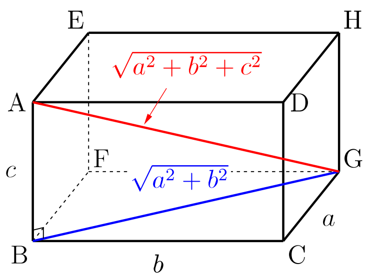
$$\left(\quad \text{ただし} \quad s = \frac{1}{2}(a+b+c) \quad \right)$$



3.29　直方体の対角線

縦の長さ a、横の長さ b、高さ c の直方体の対角線の長さは、

$$\sqrt{(\sqrt{a^2+b^2})^2 + c^2} = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$$



4　資料の活用

4.1　度数の分布

度数分布表

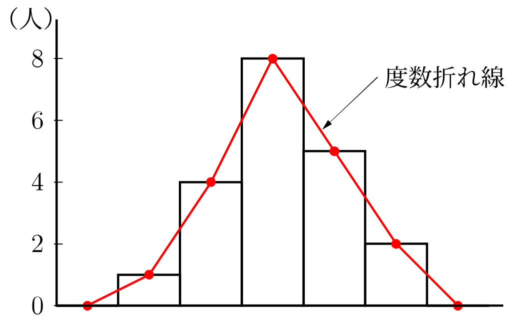
階級（kg）	度数（人）	相対度数
以上　未満		
45 ～ 50	1	0.05
50 ～ 55	4	0.20
55 ～ 60	8	0.40
60 ～ 65	5	0.25
65 ～ 70	2	0.10
計	20	1.00

範囲（レンジ）　資料の最大の値と最小の値の差
階級の幅　区間の幅
階級値　階級の中央の値
（階級 45～50kg の階級値は 47.5kg）

相対度数

$$\text{相対度数} = \frac{\text{その階級の度数}}{\text{度数の合計}}$$

4.2　ヒストグラム



度数折れ線　ヒストグラムで、１つ１つの長方形の上の辺の中点を結んだもの
両端は度数 0 の階級があるものと考える

4.3　平均値

資料の値から求める方法

$$\text{平均値} = \frac{\text{資料の値の合計}}{\text{資料の個数}}$$

度数分布表から求める方法

$$\text{平均値} = \frac{\{(\text{階級値}) \times (\text{度数})\}\text{ の合計}}{\text{度数の合計}}$$

（上の度数分布表では、平均値は 58.25kg）

仮の平均を利用する方法

$$\text{平均値} = \frac{\{(\text{階級値} - \text{仮の平均}) \times (\text{度数})\}\text{ の合計}}{\text{度数の合計}} + \text{仮の平均}$$

4.4　中央値（メジアン）

資料の値を大きさの順に並べたとき、その中央の値のこと

奇数個のデータの場合

7　11　25　48　64
中央値

偶数個のデータの場合

2　5　16　21　72　99
この平均が中央値

4.5　最頻値（モード）

資料の中で最も多く現れる数値
度数分布表では、度数が最も大きい階級の階級値
（上の度数分布表では、最も度数が大きいのは、55kg 以上 60kg 未満の階級であるから、最頻値は 57.5kg）

4.6　近似値と有効数字

近似値　測定などによって得た真の値に近い値
誤差　（誤差）＝（近似値）－（真の値）
有効数字　近似値の表す数のうち、信頼できる数字
0.1cm の目盛りがついたものさしで長さを測り、測定値（近似値）が 4.8cm だったとき、この近似値の 4.8 という数字は信頼できるので、有効数字は 4.8

有効数字の表し方

ある人の身長を 170cm と表したとき、この 170cm という数字は、単位が 1cm の測定器で測った結果なのか、それとも 167cm を四捨五入した値なのかで、どこまでが有効数字（＝信頼できる）なのかが異なる
このようなとき、近似値を整数部分が 1 桁の数と 10 の累乗の積の形で表すと、有効数字が何桁なのか（＝どの程度信頼できるか）がはっきりとわかるようになる

1cm 単位の測定器で測ったとき (有効数字が 3 桁)
→ $1.70 \times 10^2 cm$

10cm 単位の測定器で測ったとき (有効数字が 2 桁)
→ $1.7 \times 10^2 cm$

5　場合の数と確率

5.1　順列と組み合わせの違い

場合の数を求めるときは、いくつのものからいくつを選んで並べるのか（= 順列）、いくつのものからくつを選ぶのか（= 組み合わせ）を区別して考える

順列　順番を考える（＝並べる）

組み合わせ　順番を考えない（＝選ぶ）

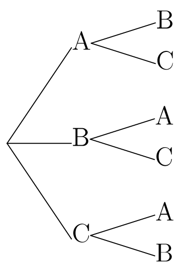
A,B,C,D の 4 人がいて、この 4 人の席順を決めるときは、順番を考える（＝並べる）ので「順列」、4 人から 2 人の委員を決めるときは、順番を考えない（＝選ぶ）なので「組み合わせ」の数え方をする

5.2　場合の数の求め方

漏れや重なりがないように数える
順番に注意して「規則的」に数えるのがコツ

樹形図を書く

（例）A, B, C の 3 枚のカードから 2 枚を取り出してならべる場合の数（= 順列）:



・・・・・　6 通り

列挙する

（例）1, 2, 3, 4 の 4 枚のカードから 3 枚を選ぶ場合の数（= 組み合わせ）:

$(1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 3, 4), (2, 3, 4)$　・・・・・　4 通り

表にする

（例）大小 2 個のさいころを投げたとき、出た目の積が 4 の倍数になる場合の数：

小＼大	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

・・・・・　15 通り

計算で求める

「樹形図を書く」方法において、それぞれ何か所の「枝分かれ」があるかを考えると、場合の数は「計算で求める」ことをもできる
上記の例では、1 枚目は A, B, C の 3 通り、2 枚目は、1 枚目のそれぞれについて 2 通りの場合があるので、全部の場合の数は、

$3 \times 2 = 6$

となる

5.3　確率

確率とは

「あることがら」がどれくらい確かに起こりうるのかを、割合・率であらわしたもの

$$\text{確率} = \frac{\text{あることがらの場合の数}}{\text{すべての場合の数}}$$

$$\text{絶対起こらない確率} = 0$$

$$\text{絶対起こる確率} = 1$$

P が起こらない確率

$1 - p \quad (p : P \text{ が起こる確率})$

少なくとも 1 回以上 P が起こる確率

$1 - (1 \text{ 回も } P \text{ が起こらない確率})$